සංඛ්‍යානය (Statistics)

Note
① අමු දත්ත - සකස් නොකළ දත්ත
② දත්තවල ; අමු දත්ත ප්‍රාථමික / ද්විතීයික දත්ත ලෙස වර්ග කළ හැකිය.

1. සංඛ්‍යාතය (f)
යම් දත්තයක් / සිදුවීමක් සිදුවූ වාර ගණන

2. සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය.
දත්ත හා සංඛ්‍යාතය දැක්වූ වගුවක්

දත්ත x_i	සංඛ්‍යාතය f_i

සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති

අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති (පන්ති ප්‍රාන්තර නැත)

දත්ත	සංඛ්‍යාතය
0	1
1	4
2	5

සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති (පන්ති ප්‍රාන්තර සහිතව)

දත්ත	සංඛ්‍යාතය
0 - 20	0
20 - 30	4
30 - 40	5
40 - 50	10

3. පන්ති ප්‍රාන්තරය හා පන්ති මායිම.

පන්ති ප්‍රාන්තර සහිත වගුවක්
0 - 2
3 - 5
6 - 8
9 - 11

පන්ති මායිම සහිත වගුවක්
0 - 2
2 - 5
5 - 6
6 - 11

පන්ති ප්‍රාන්තර පන්ති මායිම් කරගැනීම.

පන්ති ප්‍රාන්තර දෙකක් අතර gap එක 2න් බෙදා එම අගය පහළින් අඩු කරන්න ඉහළට එකතු කරන්න.

උදා:
0 - 2
3 - 5
6 - 8
9 - 11

$\frac{1}{2} = 0.5$ →
-0.5 - 2.5
2.5 - 5.5
5.5 - 8.5
8.5 - 11.5

4. සමුච්චිත සංඛ්‍යාතය (F)
එම පන්තිය දක්වා ඇති සියලු සංඛ්‍යාතයන්ගේ එකතුව.

උදා:

දත්ත	සංඛ්‍යාතය f	සමුච්චිත සංඛ්‍යාතය (F)
0 - 2	7	7
2 - 4	10	17
4 - 6	23	40
6 - 8	64	104

Note ① සංගහනය
යම් සමීක්ෂණයකට අදාළ සියලුම දත්ත සංගෘහීතය
නියැදිය
සංගහනයට අදාළව නියෝජිත දත්ත කොටසක් උපයෝගී කරගත් දත්ත

සංඛ්‍යාතයේ මිනුම්

① කේන්ද්‍රීය ප්‍රවණතා මිනුම්
දත්තවල කේන්ද්‍රයවීම (එකතැන්වීම පිළිබඳ අදහසක් දෙයි)

② විසිරීම පිළිබඳ මිනුම්
දත්ත විසිරීම (විචලනය පිළිබඳ අදහසක් ලබාදේ)

(01) කේන්ද්‍රීය ප්‍රවණතා මිනුම්

① මධ්‍යන්‍යය (සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය)
② හරාත්මක මධ්‍යන්‍යය
③ මධ්‍යස්ථය
④ මාතය
⑤ ගුණෝත්තර මධ්‍යන්‍යය

(01) ① මධ්‍යන්‍යය [$\bar{x}, \mu$]

① අසමූහිත දත්ත සඳහා

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$x_1, x_2, \ldots, x_n$ = දත්ත

n = දත්ත ගණන.

උදා: 35, 18, 12, 40, 15

$$\bar{x} = \frac{35+18+12+40+15}{5}$$

$$\bar{x} = 55$$

II අසමූහිත වාර්ථ සඳහා

$$\bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + \ldots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + f_2 + \ldots + f_n}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_ix_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

පියවර:
- සමුච්චිත සංඛ්‍යාත තීරුව (F) සොයන්න
- f_ix_i තීරුවක් සොයන්න
- $\sum f_ix_i$ සොයන්න
- සූත්‍රයට දාන්න.
- මධ්‍යන්‍යය දශමස්ථාන දෙකකට දෙන්න.

උදා: එක් සති ආයතනයක සේවකයින් සතිය තුළ නිවාඩු ලබාගත් වාර්ථයක් පහත දැක්වේ.

නිවාඩු දින ගණනෙහි මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

නිවාඩු දින ගණන x_i	සේවකයින් ගණන f_i	F	f_ix_i
0	2	2	0
1	15	17	15
2	10	27	20
3	3	30	9

$\sum f_i = 30$ $\quad \sum f_ix_i = 44$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_ix_i}{\sum f_i} = \frac{44}{30} = 1.46$$

Note

[5] පන්ති පළල (c)
යාබද පන්ති සීමා, පන්ති මායිම් දෙකක් අතර වෙනස

උදා:

පන්ති මායිම්	දත්ත. (පන්ති සීමා)
−0.5 − 9.5	0 − 9
9.5 − 19.5	10 − 19
19.5 − 29.5	20 − 29

$c = 19.5 - 9.5$
$c = 10$

[6] පන්තියක මධ්‍ය අගය (x_i)
පන්ති මායිම් / පන්ති සීමාවල දෙක එකතු කර දෙකෙන් බෙදීමෙන්.

උදා: දෙවන පන්තිය සඳහා

$$\text{මධ්‍ය අගය} = \frac{9.5 + 19.5}{2} = 14.5$$

$$\text{මධ්‍ය අගය} = \frac{10 + 19}{2} = 14.5$$

III සමූහිත වාර්ථ සඳහා

සමූහිත වාර්ථ සඳහා මධ්‍යන්‍යය
- ① සෘජු ක්‍රමය
- ② උපකල්පිත ක්‍රමය (කෙටි ක්‍රමය)

III ① ඍජු දැක්වීමේ ක්‍රමය

ඍජුදැක්වීම -

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

මෙහි ; x_i = එක් එක් පන්තියේ මධ්‍ය අගය.

* පන්ති පළල සමාන හා අසමාන අවස්ථා දෙකටම සැදිය හැක

උදා:

පන්ති	සංඛ්‍යාත f_i	x_i	$f_i x_i$
0 - 2	7	1	7
2 - 6	8	4	32
6 - 8	3	7	21
8 - 10	2	9	18

$\sum f_i = 20$ $\sum f_i x_i = 78$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{78}{20} = 3.9$$

III ② අපගමන ක්‍රමය

x_i විශාල අගයන් නිසා භාවිතා කරයි

$$u_i = \frac{x_i - A}{c} \text{ නම්,}$$

$$\bar{x} = A + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right) c$$

C = පන්තියක පළල

A = උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය

* පන්ති පළල සමාන නොවූ විට අදාළ නොවේ.

Note * A ලෙස මධ්‍යස්ථ x_i අගය ගැනීම පහසු වේ.

* පන්ති පළල සමාන නම් x_i සෙවීමට
 මුල් පන්තියේ x_i
 දෙවන පන්තියේ $x_i + C$
 තෙවන පන්තියේ $(x_i + C) + C$
 ⋮

* අවශ්‍ය තීරු.

x_i, $x_i - A$, $u_i = \frac{x_i - A}{c}$,

$f_i u_i$.

* (+), (−), 0 සහිත අගයන් මතුවෙනවා.

(+) (−) එකිනෙක කැපී යාමෙන් අවසාන ගණනය පහසු වෙනවා

$$\bar{x} = A + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right) c \text{ ව්‍යුත්පන්න කිරීම}$$

Note ඍජු දැක්වීමේ සමීකරණය භාවිතා කර මෙම සූත්‍රය ව්‍යුත්පන්න කළ හැක.

ඍජු දැක්වීමට අනුව;

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} \text{ වේ.}$$

$$u_i = \frac{x_i - A}{c} \text{ බැවින්}$$

$$x_i = u_i c + A$$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i (u_i c + A)}{\sum f_i}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum (f_i A + f_i u_i c)}{\sum f_i}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i A}{\sum f_i} + \frac{\sum f_i u_i c}{\sum f_i}$$

$$= A\left(\frac{\sum f_i}{\sum f_i}\right) + c\left[\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right]$$

$$\bar{x} = A + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right) c$$

$$\bar{x} = A + \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right) c$$

2 වන

	දත්ත x_i	සංඛ්‍යාතය f_i	x_i	$x_i - A$	$u_i = \frac{x_i - A}{c}$	$f_i u_i$
-0.5 - 9.5	0 - 9	7	4.5	-20	-2	-14
9.5 - 19.5	10 - 19	13	14.5	-10	-1	-13
19.5 - 29.5	20 - 29	15	24.5	0	0	0
29.5 - 39.5	30 - 39	8	34.5	10	1	8
39.5 - 49.5	40 - 49	7	44.5	20	2	14
		50				-5

$c = 19.5 - 9.5 = 10$

$$\bar{x} = A + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} c$$

$$= 24.5 + \frac{(-5)}{50} \times 10$$

$$\bar{x} = 23.5$$

Note: Σ වල ලක්ෂණ

01 A නියතයක් නම්

$$\sum_{i=1}^{n} A u_i = A \sum_{i=1}^{n} u_i$$

02

$$\sum (u_i \pm v_i) = \sum u_i \pm \sum v_i$$

04 A නියතයක් නම්

$$\sum_{i=1}^{n} A = nA$$

$$\underbrace{A + A + \dots A}_{nA}$$

05 ගුණිතයක් / බෙදීමක් ඇතුළත් වූ විට කෙලින් Σ බෙදිය නොහැක.

(01) ⓐ භාරිත මධ්‍යන්‍යය [$\bar{x}_w$]

දත්ත කිහිපයක මධ්‍යන්‍යය සෙවීමේදී සමහර දත්තවලට වැඩිපුර වැදගත්කමක් ලබා දිය යුතුය.

අගයයන් දත්ත $x_1, x_2, x_3 \dots, x_n$ දත්තවලට ලබාදෙන භාර අගයන් $w_1, w_2, w_3 \dots, w_n$ නම්

$$\bar{x}_w = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_n x_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n}$$

$$\bar{x}_w = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$$

උදා: දත්ත, 90, 60, 60 භාරය අගයන් 7, 5, 3 නම්, භාරිත මධ්‍යන්‍යය

$$\bar{x}_w = \frac{90 \times 7 + 60 \times 5 + 60 \times 3}{7 + 5 + 3}$$

$$= \frac{1110}{15}$$

$$\bar{x}_w = 74$$

(01) (3) මධ්‍යස්ථය (Me)

හරිමැද අගය.

(I) අසමූහිත දත්ත සඳහා

දත්ත ආරෝහණ පිළිවෙලට සකස් කර හරියටම මැදට පිහිටන අගය

මුළු දත්ත ගණන = n නම්,

n = ඔත්තේ නම්,

මධ්‍යස්ථය = $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ වෙනි දත්තය

n = ඉරට්ටේ නම්,

මධ්‍යස්ථය = $\frac{\left[\frac{n}{2} \text{ වන දත්තය}\right] + \left[\left(\frac{n}{2}+1\right) \text{ වන දත්තය}\right]}{2}$

උදා:- 45, 60, 12, 90, 32, 80

12, 32, 45, 60, 80, 90

මධ්‍යස්ථය = $\frac{45+60}{2}$ = 52.5

(II) අසමූහිත වාර ව්‍යාප්ති සඳහා

① සමුච්ඡිත සංඛ්‍යාත (F) තීරුව ලියා ගන්න.

② මුළු දත්ත ගණන, ΣF = n නම්,

n = ඔත්තේ නම්,

මධ්‍යස්ථය = $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ වෙනි දත්තය

n = ඉරට්ටේ නම්,

මධ්‍යස්ථය = $\frac{\left[\frac{n}{2} \text{ වන දත්තය}\right] + \left[\frac{n}{2}+1 \text{ " "}\right]}{2}$

උදා:

දත්ත	සංඛ්‍යාතය	F
0.01	27	27
0.02	33	60
0.03	50	110
0.04	60	170
0.05	50	220

ΣF ඉරට්ටේ

මධ්‍යස්ථය = $\frac{\left(\frac{220}{2} \text{ දත්තය}\right) + \left(\frac{220}{2}+1 \text{ දත්ත}\right)}{2}$

= $\frac{110 \text{ වන දත්තය} + 111 \text{ වන දත්තය}}{2}$

= $\frac{0.03 + 0.04}{2}$

= 0.035

(III) සමූහිත වාර ව්‍යාප්ති සඳහා

① දත්ත ආරෝහණ පිළිවෙල සකස් කර සමුච්ඡිත සංඛ්‍යාත තීරුව ගොඩනගන්න

② මධ්‍යස්ථ ප්‍රාන්තරය සොයා ගන්න.

$\frac{\Sigma F}{2}$ වෙනි දත්තය අයත් පන්තිය

③ සූත්‍රය යොදන්න

මධ්‍යස්ථ (Me)

$$Me = L + \frac{\left(\frac{n}{2} - (F_{m-1})\right)C}{f_m}$$

n = මුළු දත්ත ගණන (ΣF)

f_m = මධ්‍යස්ථ පන්තියේ සංඛ්‍යාතය

L = මධ්‍යස්ථ පන්තියේ පහළ මායිම (පන්ති සීමා)

F_{m-1} = මධ්‍යස්ථ පන්තියට එහා පෙර පන්තියේ සමුච්ඡිත සංඛ්‍යාතය

C = මධ්‍යස්ථ පන්තියේ පළල

* පන්ති පළල සමාන අසමාන අවස්ථා දෙකටම යෙදිය හැක.

උ.දා:

ලකුණු	ළමයින් ගණන	F
0 - 19	27	27
20 - 39	33	60 (Fm-1)
40 - 59	70 (fm)	130
60 - 79	60	190
80 - 99	50	240 (n)

-0.5 - 19.5
19.5 - 39.5
39.5 - 59.5 (L)
59.5 - 79.5
79.5 - 99.5

මධ්‍යස්ථ පන්තිය

= $\frac{240}{2}$ වෙනි දත්තය අයත් පන්තිය

= 120 වෙනි දත්තය අයත් පන්තිය

= (39.5 - 59.5)

$C = 59.5 - 39.5 = 20$

$$Me = L + \frac{\left(\frac{n}{2} - (F_{m-1})\right)}{f_m} C$$

$$= 39.5 + \left[\frac{120 - 60}{70}\right] 20$$

$$= 56.6$$

01 ④ මාතය (M_o)

වැඩිම වාර ගණනක් යෙදෙන දත්තය.

② අසමූහිත දත්ත සඳහා :-

* වැඩිම වාර ගණන නැවත යෙදී ඇති දත්තයකි
* මාත එකකට වඩා වැඩි ගණනක් පැවතිය හැක.
* මාතයක් නොතිබිය හැක

උ.දා: 2, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 6, 6

මාතය = 2 හා 6

II අසමූහිත වාර ගණන් ව්‍යාප්ති සඳහා :-

* සංඛ්‍යාතය (f_i) වැඩිම වන දත්තය.

උ.දා:

දීමනා මුදල	සේවකයින් ගණන
රු.2000	12
රු.2500	20
රු.5000	10

මාතය = රු.2500

III සමූහිත ව්‍යාප්ති සඳහා

① මාත පන්තිය සොයාගැනීම (සංඛ්‍යාතය වැඩිම පන්තිය)

② සූත්‍රය යෙදීම.

$$M_o = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) C$$

L = මාත පන්තියේ පහළ මායිම (පන්ති සීමාව)

Δ_1 = මාත පන්තියේ සංඛ්‍යාතය හා ඊට පෙර පන්තියේ සංඛ්‍යාතය අතර වෙනස

Δ_2 = මාත පන්තියේ සංඛ්‍යාතය හා ඊට පසු පන්තියේ සංඛ්‍යාතයේ වෙනස

C = මාත පන්තියේ පළල

* පන්ති පළල සමාන හා අසමාන අවස්ථා දෙකටම යෙදිය හැක.

වැදගත් :-

① මාත පන්ති එකකට වඩා තිබිය හැක. එම එක් එක් පන්තිය සූත්‍රයට යෙදිය යුතුයි

② මාත පන්තියේ පළලට සමාන පළලක් සහිත ලෙස පෙර පසු පන්ති සකස් කර ගත යුතුය. [illegible] සකසා මාත පන්තියෙන් සොයමු.

2. උදා

පන්ති	සංඛ්‍යාතය
0 - 20	27
20 - 40	29
40 - 60	25
60 - 80	29
80 - 100	21

වගුව 1.

මාතයක් 2ක් පවතී

∴ මාත 2ක් පවතී

20 - 40

$$Mo = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\right)c$$

$$= 20 + \left(\frac{2}{2+4}\right)\times 10$$

$$= 20 + \frac{2\times 5}{3}$$

$$Mo = 26.66$$

60 - 80

$$Mo = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\right)c$$

$$= 60 + \left(\frac{4}{4+8}\right)\times 10$$

$$Mo = 66.66$$

2. උදා

ප්‍රාන්තර	සංඛ්‍යාතය
0 - 2	15
2 - 4	10
4 - 6	8
6 - 8	7
8 - 10	5

මාත පන්තිය මුල / අග පන්තියක් වන විට එම පන්තියට මුලින් ඇති පන්තියේ සංඛ්‍යාතය 0 ක් ලෙස ගනී.

මාත පන්තිය = 0 - 2

$$Mo = 0 + \left(\frac{15-0}{15+5}\right)\times 2$$

$$Mo = 1.52$$

③

ප්‍රාන්තර	සංඛ්‍යාතය
0 - 5	7
5 - 10	11
10 - 20	14
20 - 25	20
25 - 35	16
35 - 40	5

10 - 15, 15 - 20 → 7, 7

25 - 30, 30 - 35 → 8, 8

පන්ති පළල අසමාන වුවහොත් පළමුව මාත පන්තිය පිහිටන ස්ථානය සොයා දෙපස පන්තිවල පළල මාත පන්තියේ පළලට සමාන කරන්න

$$Mo = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\right)c$$

$$= 20 + \left(\frac{13}{13+12}\right)\times 5$$

$$Mo = 22.6$$

⑤

ප්‍රාන්තර	සංඛ්‍යාතය
0 - 10	8
10 - 20	15
20 - 40	22
40 - 60	42
60 - 70	30
70 - 80	10

60 - 80 → 40

$$Mo = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\right)c$$

$$= 40 + \left(\frac{20}{20+2}\right)\times 20$$

$$Mo = 5.8$$

01. ⑤ ගුණෝත්තර මධ්‍යනය

$$G.M = (x_1 . x_2 . x_3 \cdots . x_n)^{1/n}$$

2 උදා - 25, 4

$$G.M = (25.4)^{1/2}$$

$$= 10$$

උදා:

ලකුණු	ළමයි ගණන
0 - 20	27
20 - 40	29
40 - 60	25
60 - 80	29
80 - 100	21

වගුව 1.

මාත පන්ති 2ක් ඇත

∴ මාත 2ක් ඇත

20 - 40

$$Mo = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right)c$$

$$= 20 + \left(\frac{2}{2+4}\right) \times 10$$

$$= 20 + \frac{2 \times 5}{3}$$

$$Mo = 26.66$$

60 - 80

$$Mo = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right)c$$

$$= 60 + \left(\frac{4}{4+8}\right) \times 10$$

$$Mo = 66.66$$

උදා:

දුරක	සංඛ්‍යාතය
0 - 2	15
2 - 4	10
4 - 6	8
6 - 8	7
8 - 10	5

මාත පන්තිය මුල / අග පන්තියක් වෙනවා නම් එම පන්තියේ මුලින් / අග පන්තියේ සංඛ්‍යාතය 0 ලෙස ගන්න.

මාත පන්තිය = 0 - 2

$$Mo = 0 + \left(\frac{15-0}{15+5}\right) \times 2$$

$$Mo = 1.52$$

③

	දුරක	සංඛ්‍යාතය	
	0 - 5	7	
10 - 15	5 - 10	11	
	10 - 20	14	7, 7
15 - 20	20 - 25	20	
25 - 30	25 - 35	16	8, 8
30 - 35	35 - 40	5	

පන්ති පළල අසමාන වුවහොත් පළමුව මාත පන්තියේ පළලට සමාන වන සේ අනෙක් පන්තිවල පළල මාත පන්තියේ පළලට සමාන කරගන්න

$$Mo = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right)c$$

$$= 20 + \left(\frac{13}{13+12}\right) \times 5$$

$$Mo = 22.6$$

⑤

දුරක	සංඛ්‍යාතය	
0 - 10	8	
10 - 20	15	
20 - 40	22	
40 - 60	42	
60 - 70	30	40 (60 - 80)
70 - 80	10	

$$Mo = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right)c$$

$$= 40 + \left(\frac{20}{20+2}\right) \times 20$$

$$Mo = 5.82$$

01 ⑤ ගුණෝත්තර මධ්‍යන්‍යය

$$ගු.ම = (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_n)^{1/n}$$

උදා: 25, 4

$$ගු.ම = (25 \cdot 4)^{1/2}$$

$$= 10$$

(02)

විසිරීම් මිනුම් මාන

① පරාසය

② මධ්‍යන්‍ය අපගමනය

③ සම්මත අපගමනය හා විචලතාව

④ විචලතා සංගුණකය

⑤ කුටිලතා සංගුණකය

⑥ චතුර්ථක.

(02) ① පරාසය

විශාලතම හා කුඩාතම දත්තය
අතර වෙනස
[illegible]

උ.දා: 99, 98, 97, 10

පරාසය = 99 - 10 = 89

(02) ② මධ්‍යන්‍ය අපගමනය

අර්ථ දැක්වීම
එක් එක් දත්තය මධ්‍යයේ
මධ්‍යන්‍යයේ අපගමනය නිරපේක්ෂ අගයන්ගේ
මධ්‍යන්‍යය

Ⓘ අසමූහිත දත්ත සඳහා

$$\text{මධ්‍යන්‍ය අපගමනය} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

උ.දා: 1, 2, 3, 4, 5 දත්තවල
මධ්‍යන්‍ය අපගමනය සොයන්න

මුලින්ම මධ්‍යන්‍යය සොයා ගන්න.

$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{1+2+3+4+5}{5}$

$\bar{x} = 3$

x_i	$x_i - \bar{x}$	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$
1	-2	2
2	-1	1
3	0	0
4	1	1
5	2	2
		6

මධ්‍ය අප $= \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n} = \frac{6}{5} = 1.2$

Ⓘⅱ අසමූහිත වාර ව්‍යාප්ති සඳහා

$$\text{මධ්‍යන්‍ය අපගමනය} = \frac{\sum f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum f_i}$$

උ.දා:

x_i	f_i	$f_i x_i$	$x_i - \bar{x}$	$f_i \lvert x_i - \bar{x} \rvert$
1	5	5	-1.3	6.5
2	4	8	-0.3	1.2
3	3	9	0.7	2.1
4	2	8	1.7	3.4
5	1	5	2.7	2.7

$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{35}{15} = 2.3$

මධ්‍යන්‍ය අප $= \frac{\sum f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum f_i} = \frac{15.9}{15} = 1.06$

Ⓘⅲ සමූහිත වාර ව්‍යාප්ති සඳහා

$$\text{මධ්‍යන්‍ය අපගමනය} = \frac{\sum f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum f_i}$$

x_i = එක් එක් පන්තියේ මධ්‍ය අගය වේ

x_i	f_i	x_i	$f_i x_i$	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$	$f_i \lvert x_i - \bar{x} \rvert$
0-20	2	10	20	22	44
20-40	5	30	150	2	10
40-60	3	50	150	18	54

$\sum f_i = 10$, $\sum f_i x_i = 320$, $\sum f_i |x_i - \bar{x}| = 108$

$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{320}{10}$

$\bar{x} = 32$

මධ්‍යන්‍ය අපගමනය $= \frac{\sum f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum f_i} = \frac{108}{10} = 10.8$

02 ③ සම්මත අපගමනය S, σ හා විචලතාවය S^2, σ^2

$(\text{සම්මත අපගමනය})^2 = \text{විචලතාවය}$
$\text{සම්මත අපගමනය} = +\sqrt{\text{විචලතාවය}}$

අර්ථ දැක්වීම:
එක් එක් දත්තය මධ්‍යන්‍යයේ සිට අපගමනයන්ගේ වර්ගවල මධ්‍යන්‍යය, විචලතාවය ලෙස හැඳින්වේ.

① අසමූහිත දත්ත සඳහා

අර්ථ දැක්වීම

①	$S^2 = \dfrac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$
②	$S^2 = \dfrac{\sum x_i^2}{n} - \left(\dfrac{\sum x_i}{n}\right)^2$

භාවිතය:
විචල්‍ය සම්මත ගැටලුවක දී S ගණනය, වඩාත් සුදුසුය.

සංඛ්‍යාත්මක ගැටලුවල දී
වඩාත් සුදුසුය
(අපගමන දශම සහිත නම්)

$S^2 = \dfrac{\sum x_i^2}{n} - \left(\dfrac{\sum x_i}{n}\right)^2$ බව පෙන්වීම.

අර්ථ දැක්වීමෙන් ආරම්භ කරමු.

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$S^2 = \frac{\sum (x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2)}{n}$$

$$S^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - 2\bar{x}\frac{\sum x_i}{n} + \bar{x}^2\frac{\sum 1}{n}$$

$$= \frac{\sum x_i^2}{n} - 2\bar{x}.\bar{x} + \bar{x}^2$$

$$= \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

$$S^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2$$

වගුවේ x_i, x_i^2 හෝ x_i, $x_i - \bar{x}$, $(x_i - \bar{x})^2$ ලෙස සාදා ගනී.
$\sum x_i^2$ හෝ $\sum (x_i - \bar{x})^2$
[illegible]

II සමූහිත වාර සඳහා

අර්ථ දැක්වීම:

$S^2 = \dfrac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i}$
$S^2 = \dfrac{\sum f_i (x_i)^2}{\sum f_i} - \left(\dfrac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}\right)^2$

$S^2 = \dfrac{\sum f_i (x_i)^2}{\sum f_i} - \left(\dfrac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}\right)^2$ බව පෙන්වීම

අර්ථ දැක්වීමෙන් ආරම්භ කරමු,

$$S^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i}$$

$$S^2 = \frac{\sum f_i (x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2)}{\sum f_i}$$

$$S^2 = \frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - 2\bar{x}\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} + \bar{x}^2\frac{\sum f_i}{\sum f_i}$$

$$S^2 = \frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - 2\bar{x}^2 + \bar{x}^2$$

$$S^2 = \frac{\sum f_i (x_i)^2}{\sum f_i} - \left(\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}\right)^2$$

(1)

x_i	f_i	x_i^2	$f_i x_i$	$f_i(x_i)^2$
1	3	1	3	13
2	5	4	10	20
3	2	9	6	8

$\Sigma f_i = 10$ $\quad \Sigma f_i x_i = 19$ $\quad \Sigma f_i (x_i)^2 = 41$

$$s^2 = \left(\frac{\Sigma f_i (x_i)^2}{\Sigma f_i}\right) - \left(\frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}\right)^2$$

$$= \frac{41}{10} - \left(\frac{19}{10}\right)^2$$

$$= \frac{41}{10} - \left(\frac{19^2}{100}\right)$$

s^2 - - -

උදා:

ලකුණු	ළමයි ගණන f_i	x_i	$x_i - A$	u_i	$(u_i)^2$	$f_i u_i$	$f_i(u_i)^2$
0-19	7	9.5	-40	-2	4	-14	28
20-39	11	29.5	-20	-1	1	-11	11
40-59	13	A 49.5	0	0	0	0	0
60-79	10	64.5	20	1	1	10	10
80-99	9	89.5	40	2	4	18	36

$\Sigma f_i = 50$

-0.5 - 19.5
19.5 - 39.5
39.5 - 59.5 $\quad c = 20$
59.5 - 79.5
79.5 - 99.5

$\Sigma f_i u_i = 3$ $\quad \Sigma f_i (u_i)^2 = 85$

$$s^2 = \left[\frac{\Sigma f_i (u_i)^2}{\Sigma f_i} - \left(\frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i}\right)^2\right] c^2$$

$$= \left[\frac{85}{50} - \left(\frac{3}{50}\right)^2\right] (20)^2$$

$s^2 =$

(III) සමූහිත ව්‍යාප්ති සඳහා

(I) අර්ථ දැක්වීමේ ක්‍රමය

(2) ආදේශ ක්‍රමය

(I) අර්ථ දැක්වීමේ ක්‍රමය

අර්ථ දැක්වීම

$$s^2 = \frac{\Sigma f_i (x_i - \bar{x})^2}{\Sigma f_i}$$

$$s^2 = \frac{\Sigma f_i (x_i)^2}{\Sigma f_i} - \left(\frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}\right)^2$$

x_i = එක් එක් පන්තියේ මධ්‍ය අගය

* පන්ති පළල සමාන හෝ අසමාන විට වුව යෙදිය හැක.

(II) ආදේශ ක්‍රමය

$u_i = \frac{x_i - A}{c}$ නම්,

$$s^2 = \left[\frac{\Sigma f_i (u_i)^2}{\Sigma f_i} - \left(\frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i}\right)^2\right] c^2$$

x_i = පන්ති පළල සමාන පන්තිවල මධ්‍ය අගය

* පන්ති පළල සමාන ව්‍යාප්තිවලට පමණක් යෙදිය හැක.

(02) (4) විචලන සංගුණකය / විචලතා සංගුණකය

විචලන සංගුණකය $= \frac{s}{\bar{x}} \times 100\%$

* සාමාන්‍යයෙන් දත්තවල විචලනය මැනීම සඳහා සාර්ථක නොවේ
* නමුත් ඒකක වර්ග දෙකක දත්තවල විචලනය මැනීමේදී විචලතාවයට වඩා විචලන සංගුණකය (වඩා) සාර්ථක වේ

(02) (5) කුටිලතා සංගුණකය

1 ආකාරය

කුටිලතා සංගුණකය = $\frac{\text{මධ්‍යනය} - \text{මාතය}}{\text{සම්මත අපගමනය}}$

කුටිලතා සංගුණකය = $\frac{(\bar{x} - M_o)}{s}$

2 ආකාරය

කුටිලතා සංගුණකය = $\frac{3(\text{මධ්‍යනය} - \text{මධ්‍යස්ථය})}{\text{සම්මත අපගමනය}}$

කුටිලතා සංගුණකය = $\frac{3(\bar{x} - M_e)}{s}$

$$s^2 = \left[\frac{\sum f_i (u_i)^2}{\sum f_i} - \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right)^2\right] c^2$$

ඔප්පු කිරීම

අර්ථ දැක්වීම අනුව ;

$$s^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i} \quad \text{— ①}$$

$$u_i = \frac{x_i - A}{c}$$

$$x_i = u_i c + A$$
$$\bar{x} = \bar{u} c + A$$

$x_i, \bar{x}$ ① ට ආදේශ

$$s^2 = \frac{\sum f_i (u_i c + A - \bar{x})^2}{\sum f_i}$$

$$s^2 = \frac{\sum f_i (u_i c + A - \bar{u} c - A)^2}{\sum f_i}$$

$$s^2 = \frac{\sum f_i (u_i^2 c^2 - 2 u_i \bar{u} c^2 + \bar{u}^2 c^2)}{\sum f_i}$$

$$s^2 = \left[\frac{\sum f_i (u_i)^2}{\sum f_i} - 2\bar{u}\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} + \frac{\bar{u}^2 \sum f_i}{\sum f_i}\right] c^2$$

$$s^2 = \left[\frac{\sum f_i (u_i)^2}{\sum f_i} - \bar{u}^2\right] c^2$$

$$s^2 = \left[\frac{\sum f_i (u_i)^2}{\sum f_i} - \left(\frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}\right)^2\right] c^2$$

Notes

$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$
$\bar{u} = \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i}$

අවමයක් ලෙස = අඩුම

උපරිමයක් ලෙස = වැඩිම

Extra

① සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිවල හැඩයන්

දත්ත හා සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති වල ආකාර හැඩයන් පවතී.

① සමමිතික ව්‍යාප්ති

② කුටිල ව්‍යාප්ති

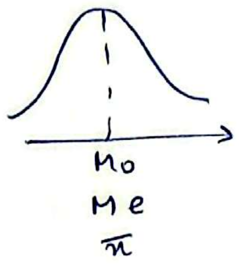
ⓐ ① (+) කුටිල ව්‍යාප්ති

ⓑ ② (−) කුටිල ව්‍යාප්ති

(සංඛ්‍යාතය ↑, දත්ත →)

① සමමිතික ව්‍යාප්ති

මාතය = මධ්‍යස්ථය = මධ්‍යන්‍යය
$M_o = M_e = \bar{x}$

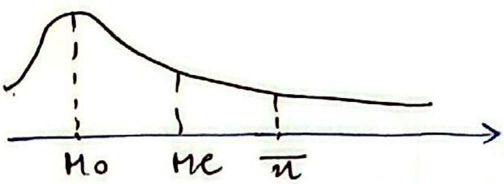


② කුටිල ව්‍යාප්ති

සමමිතික නොවන ව්‍යාප්ති

ⓐ ① (+) කුටිල ව්‍යාප්ති

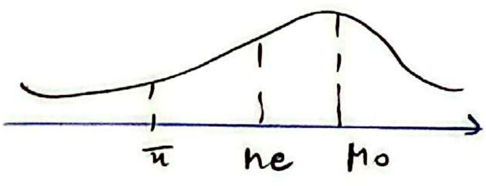
ධන දිශාවට හැඩය ඇදී ඇති ව්‍යාප්තියක්



$\bar{x} > M_e > M_o$
මධ්‍යන්‍යය > මධ්‍යස්ථය > මාතය

ⓑ ② (−) කුටිල ව්‍යාප්ති

සෘණ දිශාවට හැඩය ඇදී ඇති ව්‍යාප්තියක්



$\bar{x} < M_e < M_o$
මධ්‍යන්‍යය < මධ්‍යස්ථය < මාතය

Extra

අ. සංයුක්ත දත්තවල මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව

1 දත්ත කුලකය	2 දත්ත කුලකය
n_1 = දත්ත ගණන	n_2 = දත්ත ගණන
$\bar{x}_1$ = මධ්‍යන්‍යය	$\bar{x}_2$ = මධ්‍යන්‍යය
s_1 = විචලතාව	s_1 = විචලතාව

① පොදු මධ්‍යන්‍යය :

$$\bar{x} = \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2}{n_1+n_2}$$

② විචලතාව :

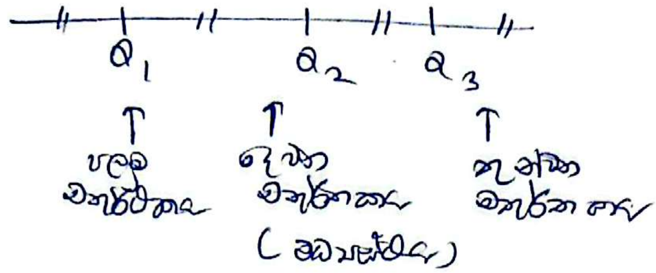
$$s^2 = \frac{1}{(n_1+n_2)}\left[n_1(s_1^2+d_1^2)+n_2(s_2^2+d_2^2)\right]$$

මෙහි; $d_1 = (\bar{x}_1 - \bar{x})$

$d_2 = (\bar{x}_2 - \bar{x})$

02 ⑥ චතුර්ථක

දත්ත ආරෝහණ පිළිවෙලට සකස් කර සමාන කොටස් 4 කට වෙන් කළ පසු එක් එක් ස්ථාන චතුර්ථක වේ.



අන්තර් චතුර්ථක පරාසය	$= Q_3 - Q_1$
චතුර්ථක අපගමනය	$= \dfrac{Q_3 - Q_1}{2}$

I අසමූහිත දත්ත සඳහා

ⓐ දත්ත ආරෝහණ පිළිවෙලට සකසා ගන්න.

②
$Q_1 = \left[\frac{1}{4}(n+1)\right]$ වන දත්තය

$Q_2 = \left[\frac{2}{4}(n+1)\right]$ වන දත්තය

$Q_3 = \left[\frac{3}{4}(n+1)\right]$ වන දත්තය

$$Q_i = \left[\frac{i}{4}(n+1)\right] \text{ වන දත්තය}$$

II අසමූහිත ව්‍යාප්ති සඳහා

① දත්ත ආරෝහණ පිළිවෙලට සකසා ගන්න

②
$Q_1 = \left[\frac{1}{4}(n+1)\right]$ වන දත්තය

$Q_2 = \left[\frac{2}{4}(n+1)\right]$ වන දත්තය

$Q_3 = \left[\frac{3}{4}(n+1)\right]$ වන දත්තය

$$Q_i = \left[\frac{i}{4}(n+1)\right] \text{ වන දත්තය}$$

(III) චතුර්ථක ගණනය කිරීම

① දත්ත ආරෝහණ ක්‍රමය පිළිවෙලට ලියා ගන්න

② සමුච්චිත සංඛ්‍යාත තීරුව ලියා ගන්න.

③ අදාළ චතුර්ථකය අයත් පන්තිය තෝරා ගන්න

Q_1 අයත් පන්තිය,

[$\frac{1}{4}n$ වන දත්තය අයත් පන්තිය]

Q_3 අයත් පන්තිය,

[$\frac{3}{4}n$ වන දත්තය අයත් පන්තිය]

Q_i අයත් පන්තිය [$(\frac{i}{4}n)$ වන දත්තය අයත් පන්තිය]

④ පහත සූත්‍රය යොදන්න.

$$Q_i = L + \left[\frac{\frac{i}{4} \times n - (F_{m-1})}{f_m}\right] c$$

n = මුළු දත්ත ගණන

L = Q_i අයත් පන්තියේ පහළ මායිම (පන්ති මායිම)

f_m = Q_i අයත් පන්තියේ සංඛ්‍යාතය

c = Q_i අයත් පන්තියේ පන්ති පළල

(F_{m-1}) = Q_i අයත් පන්තියට පෙර පන්තියේ සමුච්චිත සංඛ්‍යාතය

Extra notes ;-

01 දත්ත කුලකයක සඳහා පරිණාමනය

යම් අගයක් එකතු කල විට, අඩු කල විට හෝ යම් අගයකින් ගුණ කල බෙදූ විට, මධ්‍යනයද එම අගය එකතු වීම, අඩු වීම, ගුණ වීම, බෙදීම සිදුවේ

පැරණි දත්තය = x_i ; නව දත්තය = y_i

පැරණි මධ්‍යනය = $\bar{x}$; නව දත්තය = $\bar{y}$

① $y_i = x_i + A$ නම්, $\bar{y} = \bar{x} + A$ වේ.

② $y_i = x_i - A$ නම්, $\bar{y} = \bar{x} - A$ වේ.

③ $y_i = Ax_i + B$ නම්, $\bar{y} = A\bar{x} + B$ වේ

02 ~~විචලතාව~~

සඳහා පරිණාමනයේදී යම් අගයක් එකතු කිරීම, අඩු කිරීම සිදුකළවිට විචලතාව නොවෙනස් වේ.

සඳහා පරිණාමනයේදී යම් අගයක් ගුණ කිරීම හා බෙදීම සිදුකළවිට. එම සංඛ්‍යාතේ වර්ගයෙන් විචලතාව ගුණවේ / බෙදේ.

පැරණි දත්තය = x_i ; නව දත්තය = y_i

පැරණි මධ්‍යනය = $\bar{x}$; නව දත්තය = $\bar{y}$

① $y_i = x_i + A$ නම්, $S_y^2 = S_x^2$, $S_y = S_x$

② $y_i = x_i - A$ නම්, $S_y^2 = S_x^2$, $S_y = S_x$

③ $y_i = x_i A$ නම්, $S_y^2 = A^2 S_x^2$, $S_y = A S_x$

④ $y_i = \beta x_i - \alpha$ නම්, $S_y^2 = \beta^2 S_x^2$, $S_y = \beta S_x$

Z අගය

$$Z = \frac{x - \mu}{s}$$

උසස්පෙළ Z අගය ගණනය කිරීම.

$$Z_{අගය} = \frac{Z_{CoM} + Z_{Phy} + Z_{ICT}}{3}$$

උදා: ලමයාගේ ලකුණු 60ක් වේ. පන්ති කාමරයේ මධ්‍යන්‍යය 40ක් වේ. පන්ති කාමරයේ සම්මත අපගමනය 18ක් වේ.

$$Z = \frac{60 - 40}{18} = 1.11$$

Extra

① යම්කිසි පන්ති කාමරයක සිසු ලකුණු රේඛීය පරිණාමනයකට ලක් කරනු ලැබේ. මුල් අගය 22 අගයේ පරිණාමිත අගය 50 වේ. මුල් පන්ති කාමරයේ මධ්‍යන්‍යය 30ක් වන අතර පරිණාමිත පන්තියේ මධ්‍යන්‍යය 66ක් වේ.
(i) රේඛීය පරිණාමනය සොයන්න.
(ii) මුල් අගය 45 නම්, එහි පරිණාමිත අගය සොයන්න. මුල් සම්මත අපගමනය 3ක් නම්, නව සම්මත අපගමනය සොයන්න.

රේඛීය පරිණාමනය ⇒ $y_i = Ax + B$ ලෙස ගනිමු.

x_i = මුල් අගයන්
y_i = නව අගයන්

$y_i = Ax_i + B$

$50 = A \cdot 22 + B$ — ①

$\bar{y} = A\bar{x} + B$

$66 = A \cdot 30 + B$ — ②

① හා ②න්

$A = 2$
$B = 6$

∴ රේඛීය පරිණාමනය
$y_i = 2x_i + 6$

(ii)
$y_i = 2 \times 45 + 6$
$y_i = 86$

$S_y^2 = A^2 S_x^2$
$S_y = A S_x$
$S_y = 2 \cdot 3$
$= 6$

② සිසුන් 20ක් සහිත පන්ති කාමරයක මධ්‍යන්‍යය 60ක් වේ. ගණනය කිරීමේදී 33, 37 ලෙස ගණනය වී ඇති සිසුන් දෙදෙනාගේ නිවැරදි අගයන් 88, 87 වශයෙන්, නිවැරදි කරන්න.

$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$

$\bar{x}_{වැ} n = \sum x_{i\,වැ}$

$\sum x_{i\,වැ} = 60 \times 20$
$= 1200$

$\sum x_{i\,නි} = 1200 - 33 - 37 + 88 + 87$
$= 1305$

$\bar{x}_{නි} = \frac{\sum x_{i\,නි}}{n}$
$= \frac{1305}{20}$
$= 65.25$

ⓒ දත්ත 10 ක් ඇති කුලකයක
මධ්‍යන්‍යය 60ක් ද, සම්මත
අපගමනය 5ක් ද වේ.
80 ලෙස ගත්තා වූ දත්තය
නිවැරදි අගය 50 වූ විට
නිවැරදි මධ්‍යන්‍යය හා නිවැරදි
සම්මත අපගමනය

$$\Sigma x_i = 10 \times 60 = 600$$

$$\Sigma x_{i\,ස} = 600 - 80 + 50$$

$$= 570$$

$$\bar{x}_{ස} = \frac{570}{10} = 57$$

$$\Sigma (x_i)^2_{x} = 3600$$

$$25 = \frac{\Sigma x_{i\,x}^2}{10} - \left(\frac{\Sigma x_{x}}{10}\right)^2$$

$$2500 = \Sigma x_{i\,x}^2 - (600)^2$$

$$2500 + 360000 = \Sigma x_{i\,x}^2 \, 10$$

$$\Sigma x_{i\,x}^2 = 36250$$

$$\Sigma x_{i\,ස}^2 = 36250 - 6400 + 2500$$

$$= 32350$$

$$s_{ස}^2 = \frac{\Sigma x_{i\,ස}^2}{n} - \left(\frac{\Sigma x_{i\,ස}}{n}\right)^2$$

$$= \frac{32350}{10} - (57)^2$$

$$s_{ස}^2 = -40$$